



WEST BENGAL STATE UNIVERSITY

B.Sc. General Part-II Examination, 2020

MATHEMATICS

PAPER: MTMG-III

Time Allotted: 2 Hours

Full Marks: 50

*The figures in the margin indicate full marks.
Candidates should answer in their own words
and adhere to the word limit as practicable.*

*প্রান্তিক সীমার মধ্যস্থ সংখ্যাটি পূর্ণমান নির্দেশ করে।
পরীক্ষার্থীরা নিজের ভাষায় যথা সম্ভব শব্দসীমার মধ্যে
উত্তর করিবে।*

All symbols are of usual significance.

Answer Question No. 1 and any *three* from the rest

১ নং প্রশ্ন এবং অন্য যে-কোনো *তিনটি* প্রশ্নের উত্তর দাও

1. Answer any *four* questions from the following: 2×4 = 8

নিম্নলিখিত যে-কোনো *চারটি* প্রশ্নের উত্তর দাও:

(a) Find the significant figures of 0.001023 and 25.7890.

সংখ্যা দুটির সার্থক অঙ্ক সংখ্যা নির্ণয় করো: 0.001023 এবং 25.7890।

(b) Prove that $\left(\frac{\Delta^2}{E}e^x\right)\frac{Ee^x}{\Delta^2e^x} = e^x$ using h as the step-length.

দেখাও যে $\left(\frac{\Delta^2}{E}e^x\right)\frac{Ee^x}{\Delta^2e^x} = e^x$, h -কে সীমা দূরত্ব ব্যবহার করে।

(c) Define extreme point of a convex set.

একটি উত্তল সেটের প্রান্তিক বিন্দুর সংজ্ঞা দাও।

(d) Write down the dual problem of the following L.P.P.:

নীচের L.P.P. টির দ্বৈত সমস্যাটি লেখো:

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & Z = 9x_1 + 7x_2 \\ \text{Subject to} \quad & 3x_1 + 2x_2 \leq 7 \\ & 2x_1 + x_2 \leq 5 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

(e) If the radial velocity of a particle be k times of its transverse velocity, find the equation of the path of the particle.

একটি গতিশীল কণার অরীয় বেগ যদি লম্ব অরীয় বেগের k গুণ হয় তবে কণাটির কক্ষপথের সমীকরণ নির্ণয় করো।

(f) Prove that $P(B | A) \geq 1 - \frac{P(\bar{B})}{P(A)}$.

প্রমাণ করো যে, $P(B | A) \geq 1 - \frac{P(\bar{B})}{P(A)}$ ।

(g) Find the extremal of the isoperimetric problem:

$$V(x, y) = \int_0^1 (y'^2 + x^2) dx, \text{ given } \int_0^1 y^2 dx = 2, y(0) = 0, y(1) = 0.$$

নীচের isoperimetric সমস্যাটির extremal নির্ণয় করো: $V(x, y) = \int_0^1 (y'^2 + x^2) dx$

দেওয়া আছে $\int_0^1 y^2 dx = 2, y(0) = 0, y(1) = 0$ ।

(h) Obtain the difference equation from the relation: $u_x = A \cdot 5^x + B \cdot 7^x$

where A and B are parameters.

$u_x = A \cdot 5^x + B \cdot 7^x$ এর অন্তর সমীকরণ বাহির করো। যেখানে A এবং B parameters.

2. (a) Compute a positive root of $x^x + 2x - 6 = 0$ correct to 5 (five) significant figures by Newton-Raphson method. 6

Newton-Raphson-এর পদ্ধতি ব্যবহার করে $x^x + 2x - 6 = 0$ সমীকরণের একটি ধনাত্মক বীজ নির্ণয় করো (পাঁচটি সার্থক অঙ্ক পর্যন্ত)।

(b) Using suitable interpolation formula find $f(0.5), f(4.5)$ from the following table: 6

উপযুক্ত অন্তঃমান সূত্রের সাহায্যে নিম্নলিখিত টেবিল হইতে $f(0.5), f(4.5)$ এর মান নির্ণয় করো:

x	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	1	4	9	16	25	36

(c) Show that $\Delta^3 y_1 = y_4 - 3y_3 + 3y_2 - y_1$. 2

দেখাও যে, $\Delta^3 y_1 = y_4 - 3y_3 + 3y_2 - y_1$ ।

3. (a) Solve the following transportation problem: 7

নিম্নলিখিত পরিবহন সমস্যাটি সমাধান করো:

	D_1	D_2	D_3	D_4	a_i
O_1	15	20	13	21	15
O_2	22	15	19	14	12
O_3	16	12	14	31	13
O_4	24	23	15	30	20
b_j	16	10	10	24	

(b) Solve the following L.P.P. by Charne's Big M method: 7

নীচের L.P.P. টি Charne's Big M পদ্ধতি ব্যবহার করে সমাধান করো:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & Z = 4x_1 + 3x_2 \\ \text{Subject to} \quad & x_1 + 2x_2 \geq 8 \\ & 3x_1 + 2x_2 \geq 12 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

4. (a) Write down the equations of motion of a particle moving in a central orbit under a central force P and deduce the differential equation in the form $\frac{h^2}{p^3} \frac{dp}{dr} = P$; symbols having usual meaning. 7

কেন্দ্রীয় বল P -এর অধীনে কেন্দ্রীয় কক্ষপথে গতিশীল একটি কণার গতির সমীকরণ লেখো এবং প্রমাণ করো $\frac{h^2}{p^3} \frac{dp}{dr} = P$; প্রতীকগুলি প্রচলিত অর্থে ব্যবহৃত হয়েছে।

(b) A particle moves in a central acceleration $\frac{\mu}{(\text{distance})^2}$. It is projected with velocity V from a point at a distance r from the centre of force. If the path is an ellipse, show that the periodic time is $\frac{2\pi}{\mu} \left(\frac{2}{r} - \frac{V^2}{\mu} \right)^{-3/2}$. 7

কেন্দ্রীয় ত্বরণ $\frac{\mu}{(\text{দূরত্ব})^2}$ এর অধীনে একটি গতিশীল কণা যদি বলের কেন্দ্র অপেক্ষা r দূরত্বে হইতে V বেগে উৎক্ষিপ্ত হয় এবং কণার গতিপথ উপবৃত্তাকার হয় তবে দেখাও যে উহার আবর্তনকাল $\frac{2\pi}{\mu} \left(\frac{2}{r} - \frac{V^2}{\mu} \right)^{-3/2}$ ।

5. (a) Find the mean and median of the distribution given by the probability density function $f(x) = kx(1-x)$, $0 \leq x \leq 1$, where k is a constant to be calculated. 4

একটি নিবেশনের সম্ভাবনা ঘনত্ব দেওয়া আছে $f(x) = kx(1-x)$, $0 \leq x \leq 1$, এটির গড় ও মধ্যক নির্ণয় করো, যেখানে k একটি ধ্রুবক নির্ণয় করে নিতে হবে।

(b) Find the mode of the following frequency distribution: 4

নীচের পরিসংখ্যা বিভাজনের সংখ্যাগরিষ্ঠ মান নির্ণয় করো:

Class	45-54	55-64	65-74	75-84	85-94	95-104
Frequency	4	13	19	32	12	6

(c) Prove that the correlation-coefficient between two variables lies between -1 and 1 . 6

প্রমাণ করো যে, দুটি চল্লের মধ্যে অনুবন্ধ সহগ -1 এবং 1 এর মধ্যে অবস্থিত।

6. (a) Solve the difference equation: 4

অন্তর সমীকরণটি সমাধান করো:

$$(E^2 - 7E + 10)u_x = 12e^{3x} + 4^x$$

- (b) Find the extremal of the functional: 4

Extremal নির্ণয় করো:

$$V[y(x)] = \int_{-1}^0 (12xy - y'^2) dx, \quad y(-1) = 0, \quad y(0) = 0$$

- (c) A particle describes the path $r^n = A \cos n\theta + B \sin n\theta$ (A, B are constants) under a central force to the pole. Find the law of force. 6

একটি কণা একটি কেন্দ্রীয় বলের প্রভাবে $r^n = A \cos n\theta + B \sin n\theta$ বক্ররেখায় চলমান। কেন্দ্রীয়ক বলের সূত্র নির্ণয় করো।

7. (a) Show that the set of all basic feasible solutions of the L.P.P.: 7

$$\text{Max } Z = \bar{c} \bar{x}, \quad A\bar{x} = \bar{b}, \quad \bar{x} \geq \bar{0}$$

forms a convex set.

দেখাও যে $\text{Max } Z = \bar{c} \bar{x}, \quad A\bar{x} = \bar{b}, \quad \bar{x} \geq \bar{0}$ L.P.P. তে সকল কার্যকর সমাধানগুলি একটি উত্তল সেট গঠন করে।

- (b) Find the optimal assignment for the following assignment problem with the following cost matrix: 7

নিম্নলিখিত মূল্য-সূচক ম্যাট্রিক্স বিশিষ্ট আরোপ সমস্যাটির সমাধান করো।

	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5
A_1	11	17	8	16	20
A_2	9	7	12	6	15
A_3	13	16	15	12	16
A_4	21	24	17	28	26
A_5	14	10	12	11	15

N.B. : Students have to complete submission of their Answer Scripts through E-mail / Whatsapp to their own respective colleges on the same day / date of examination within 1 hour after end of exam. University / College authorities will not be held responsible for wrong submission (at in proper address). Students are strongly advised not to submit multiple copies of the same answer script.

—x—